Ein einfaches Modell der Rentenversicherung im Umlageverfahren

Ein Versuch die Diskussion um die Rentenreform in Deutschland zu versachlichen

René Scholz

c/o T&D Consulting

Im Leger 17

85777 Fahrenzhausen

info@training-and-development.biz

1. Motivation

Im von der aktuellen Regierung ausgerufenen „Herbst der Reformen“ spielt auch die Reform der Rentenversicherung in Deutschland eine Rolle. Jenseits des Ringers der Fachpolitiker um eine Lösung der Probleme in der umlagefinanzierten Rentenversicherung erleben wir, wie zu erwarten war, auch allerhand Vorschläge, die an Populismus kaum zu überbieten, aber dennoch nicht hilfreich sind. Dies mag seitens Teilen der Politik dem Wunsch entspringen dem eigenen Klientel nach dem Mund zu reden, seitens großer Teile der Bevölkerung entspringt dies offenkundig aber geballtem Unwissen.
Diese Arbeit soll dazu beitragen das umlagefinanzierte Rentensystem einer breiten Masse auf einfache Weise zu erläutern. Hierzu erstellen wir ein einfaches Modell, das auch ohne Kenntnisse der höheren Mathematik zu verstehen ist.

2. Ein einfaches Modell

Ein sehr einfaches Abbild der Rentenversicherung lässt sich durch die Konstruktion eines Zwei Generationen Modells bewerkstelligen, in dem eine Generation arbeitet und Beiträge leistet, die andere in Rente ist und eine Rente bezieht, die durch die Beiträge der arbeitenden Generation finanziert wird.

2.1. Der Modellrahmen

In einem durch Beiträge finanzierten Umlageverfahren muss gelten, dass die im Monat ausbezahlte Rentensumme (R) in etwa der Summe der eingenommenen Beiträge (B) entspricht.
Wir können also schreiben:

$$R = B$$

Gleichung 1: Zahlungsgleichgewicht der Rentenversicherung:

Die Rentensumme ergibt sich aus der Anzahl der Rentenbezieher (N_1) multipliziert mit einer Durchschnittsrente r.

Die Summe der Beiträge berechnet sich aus der Anzahl der Beitragszahler, die die arbeitenden Mitglieder der Generation 2 (N_2) darstellen multipliziert mit dem durchschnittlichen Arbeitseinkommen (y) und dem Beitragssatz zur Rentenversicherung (b)

Mathematisch sieht das dann aus wie folgt:

$$r \times N_1 = N_2 \times b \times y$$

Gleichung 2: Zahlungsgleichgewicht

Gleichung 2 berücksichtigt nun aber mehrere Aspekte der Realität noch nicht. Es ist zu berücksichtigen, dass die Beitragszahler, in einem Zwei Geneartionenmodell zunächst die Kinder der Rentenbezieher sind. Daher lässt sich deren Anzahl auch als Produkt aus Anzahl der Rentenbezieher und der Fertilitätsrate (f)[1] beschreiben. Nehmen wir diese Überlegung mit in unsere Gleichung auf ergibt sich:

$$r \times N_1 = f \times N_1 \times b \times y$$

Gleichung 3: Zahlungsgleichgewicht unter Berücksichtigung der Fertilität

Weiterhin müssen wir berücksichtigen, dass sich die Arbeitsbevölkerung zusätzlich durch Zuwanderung und Abwanderung in den Arbeitsmarkt, also die Nettomigration in den Arbeitsmarkt (m) verändert. Diese ist positiv, wenn mehr Personen in den Arbeitsmarkt einwandern als abwandern, und negativ im umgekehrten Fall. Weiterhin gilt, dass nicht sämtliche dem Arbeitsmarkt zur Verfügung stehenden Personen arbeiten. Wir müssen also um die Arbeitslosigkeit, ausgedrückt durch die Arbeitslosenquote (a) korrigieren. Wenn wir diese Parameter in unsere Überlegungen aufnehmen, entsteht folgende, etwas umfangreichere Gleichung:

$$r \times N_1 = (f \times N_1 + m) \times (1 - a) \times b \times y$$

Gleichung 4: Zahlungsgleichgewicht unter Berücksichtigung von Migration und Arbeitslosigkeit

---

[1] Die Fertilitätsrate entspricht der Anzahl der Kinder je Mitglied der Elterngeneration und somit der Hälfte der Geburtenrate, da die männlichen Eltern keine Kinder gebären.

2.2. Berechnung der Höhe einer bezahlbaren Rente

Mit Hilfe dieses einfachen Modells könne wir nun berechnen, wie hoch eine, durch Beiträge erwirtschaftet, Durchschnittsrente sein kann. Diese ergibt sich mathematisch, wenn wir beide Seiten der Gleichung durch die Anzahl der Rentenbezieher dividieren. Das ergibt folgenden Zusammenhang:

$$r = (f + \frac{m}{N_1}) \times (1 - a) \times b \times y$$

Gleichung 5: Berechnung einer bezahlbaren Durchschnittsrente

Was bedeuten die einzelnen Bestandteile der Gleichung?

$(f + \frac{m}{N_1})$ steht für das Größenverhältnis der Generation der Beitragszahler zur Generation der Rentenbezieher. Dies ergibt sich aus der Fertilitätsrate zuzüglich der Nettomigration im Verhältnis zur Anzahl der Rentner, was einer zweiten Geburtenrate gleichkommt.

$(1 - a)$ korrigiert die relative Größe der Generation der Beitragszahler zur Größe der Generation der Rentenbezieher um die Arbeitslosigkeit, da Arbeitslose keine Beiträge einbezahlen, auch wenn diese in der Praxis über den Staatshaushalt und die Arbeitslosenversicherung ausgeglichen werden.

$b \times y$ letztlich beschreibt einen durchschnittlichen individuellen Rentenbeitrag.

3. Interpretation des mathematischen Modells

Gleichung 5 und Ihre Bestandteile zeigen folgende Einflussgrößen auf die Höhe einer bezahlbaren durchschnittlichen Rente auf:

3.1. Einfluss von Geburtenrate und Migration

Die Höhe einer bezahlbaren Rente hängt im Wesentlichen von der historischen Fortpflanzungsrate der Generation der Rentner ab. Es klingt trivial, aber je mehr Kinder eine Generation bekommen hat, desto mehr potenzielle Beitragszahler gibt es in der folgenden Generation. Zusätzliche Beitragszahler entstehen durch Zuwanderung in den Arbeitsmarkt. Je größer das Verhältnis der Nettomigration zur Anzahl der Rentenbezieher desto höher kann eine bezahlbare Rente sein. Die Geburtenrate hat in der Generation der jetzigen, und demnächst kommenden, Rentenbezieher stark von 2,54 im Jahr 1966, bis auf ca. 1,4 im Jahr 2024 abgenommen, was zu einer Fertilitätsrate von 0,7 führt. Wir erinnern uns, dass die

Fertilitätsrate der Hälfte der Geburtenrate entspricht. Dies würde eine abnehmende Rentenhöhe begründen, die allerdings durch eine Migrationsquote ($\frac{m}{N_1}$) von mindesten 0,3 aufgefangen werden könnte. Was uns zu der Erkenntnis führt, dass zur Sicherung des Rentensystems dringend Migration in den Arbeitsmarkt notwendig wäre. Derzeit müsste für jeweils drei Rentenbezieher eine Person in den Arbeitsmarkt einwandern, um das System zu stabilisieren.

3.2. Einfluss der Arbeitslosigkeit

Wir haben in unseren mathematischen Überlegungen eine Korrektur der Anzahl der Beitragszahler um die Arbeitslosigkeit einbezogen. Dies ist notwendig, da weder nicht arbeitende Nachkommen noch arbeitslose Migranten einen Beitrag in die Rentenkasse zahlen[2]. Wenn nun die Arbeitslosigkeit steigt, führt das somit zu einer sofortigen Abnahme der monatlichen Beitragssumme, was eigentlich, um die Bedingung R = B (Gleichung 1) zu erfüllen, zu einer Reduktion der Rentensumme führen müsste. Dies wäre wohl nur über eine Kopplung der Höhe der Renten an die Entwicklung der Arbeitslosigkeit möglich, bei der zunehmende Arbeitslosigkeit zu einer entsprechenden Abnahme der Renten führt.

3.3. Einfluss von Beitragssatz und Einkommen

Bereits aus Gleichung 2 lässt sich erkennen, dass die Höhe einer bezahlbaren Rente direkt von der Höhe der Einkommen und dem Beitragssatz zur GRV[3] abhängt. Wenn die Wirtschaft wächst, führt das zu steigenden Einkommen, was die Zahlung großzügiger Renten erlaubt. Eine stagnierende oder schrumpfende Wirtschaft lässt letztlich auch die Einkommen und damit das Beitragsaufkommen schrumpfen. Derzeit ist die Höhe der Renten nur an steigende Einkommen gekoppelt, bei fallenden Einkommen wird die Höhe der Renten nicht nach unten angepasst. Folglich gerät Gleichung 2 in ein Ungleichgewicht und die Ausgaben übersteigen die Einnahmen.

Fundamental für ein System im Umlageverfahren ist der Beitragssatz. Je höher dieser ist, desto größer die Einnahmen der Rentenversicherung. Man könnte also auf die Idee kommen

---

[2] De facto wird für gemeldete Arbeitslose ein Beitrag durch die Bundesagentur für Arbeit bezahlt. Letztlich sind dies aber wieder Mittel, die aus einer stattlich organisierten Umverteilung kommen und deswegen das gesamte System nicht stabilisieren.

[3] Gesetzliche Renten Versicherung

fehlende Einnahmen mit einer Erhöhung der Beiträge auszugleichen. Dies ist jedoch schwerlich möglich, da steigende Beiträge, im Falle der paritätischen Finanzierung, nicht nur die Haushalte belasten, sondern auch die Arbeitskosten im Inland erhöhen.

Da die GRV all diese Mechanismen nicht enthält, stoßen unsere bisherigen Überlegungen an Grenzen, da Gleichung 1 immer laufend verletzt wird.

3.4. Der Zuschuss aus dem Staatshaushalt

Wie festgestellt, gerät unser Modell immer wieder an Grenzen, da die Einnahmen nicht ausreichen, um die Ausgaben zu decken. Wir erweitern unser Modell also um den Staatlichen Zuschuss (Z) aus Steuermitteln in die Rentenkasse. Gleichung 4 verändert sich dadurch wie folgt:

$$r \times N_1 = (f \times N_1 + m) \times (1 - a) \times b \times y + \mathrm{Z}$$

Gleichung 6: Aufnahme eines Staatszuschusses

Umformuliert zur Berechnung der bezahlbaren Durchschnittsrente ergibt das:

$$r = \left(f + \frac{m}{N_1}\right) \times (1 - a) \times b \times y + \frac{Z}{N_1}$$

Gleichung 7: Bezahlbare Renten mit Staatszuschuss

$\frac{Z}{N_1}$ würde in einem solchen Fall genau aufzeigen, wieviel Steuermittel für einen Rentenbezieher benötigt würden, um dieses System zu finanzieren.

Natürlich könnte man den Zuschuss aus Steuermitteln, der nach den Verteidigungsausgaben der größte Einzelposten im Staatshaushalt ist, erhöhen. In Zeiten klammer Kassen aber weder kaum möglich noch sinnvoll.

3.5. Neue Beitragszahler

Immer wieder taucht in der Diskussion das Argument auf, man müsse weitere Personen in die Versicherungspflicht aufnehmen. So sollen Beamte, Selbstständige und vor Allem Politiker auch einbezahlen. So würde die Einnahmebasis deutlich erhöht. Auf den ersten Blick, wenn man ein statisches Modell, wie unseres nutz, sieht diese Idee auch gut aus, wie folgende Erweiterung von Gleichung 6 zeigt. Zur Anzahl der Einzahler addieren wir einfach die neuen Beitragspflichtigen (B_n).

$$r \times N_1 = (f \times N_1 + m + B_n) \times (1 - a) \times b \times y + \mathrm{Z}$$

Gleichung 8: Aufnahme neuer Beitragspflichtiger

Die aktuelle Generation der Rentner profitiert von dieser Idee, weil die Einnahmeseite deutlich steigt und somit eine höhere Auszahlungssumme möglich wäre. Wenn wir das Modell allerdings dynamisieren, also die jetzige Generation der Beitragszahler in Rente geht passiert folgende Änderung:

$$r \times (N_1 + m_1 + B_n) = ((f \times (fN_1 + m_1 + B_n)) + m_2) \times (1 - a) \times b \times y + Z$$

Gleichung 9: Dynamische Betrachtung mit neuen Beitragszahlern

Gleichung 9 zeigt eindrucksvoll, dass aus den ehemaligen neuen Beitragspflichtigen jetzt Rentner geworden sind und deren Kinder Beitragszahler. Zum Verständnis wurden diese Parameter in rot geschrieben. Wenn die Fertilitätsrate (f) auch in der folgenden Generation unter 1 bleibt ist die Kohorte der Kinder der damals neuen Pflichtversicherten f x (B_n) kleiner als die Kohorte ihrer Eltern (B_n) und das System gerät wieder in ein Ungleichgewicht. Man müsste also wieder anfangen neue Beitragszahler zwangszuverpflichten oder den Staatszuschuss erhöhen.

4. Fazit

Mit einem mathematisch noch sehr gut verständlichem, und beherrschbaren Modell lassen sich einige einfache Schlussfolgerungen ziehen.

- Die Aufnahme immer neuer Pflichtversicherter in die GRV erzielt jeweils nur begrenzte Einmaleffekte für die Rentenbezieher der Periode, in welcher die neuen Beitragszahler verpflichtet werden
- Der Zuschuss aus dem Staatshaushalt kann das Defizit ausgleichen, müsste aber ständig wachsen
- Stabile Renten sind somit nur möglich, wenn die Geburtenraten möglichst kurzfristig steigen, eine Nettomigration in den Arbeitsmarkt stattfindet und die Wirtschaft wächst, denn eine Erhöhung des Beitragssatzes würde weitere Probleme verursachen.
- Eine weitere Lösung wäre eine automatische Anpassung der Renten an die Entwicklung von Arbeitslosigkeit und Wirtschaftswachstum, allerdings sowohl nach oben als auch nach unten. Ob sich das durchsetzen ließe, ist mehr als fraglich.